Impedâncias

$\bar{Z}_R = R$

$\bar{Z}_L = i\omega L$

$\bar{Z}_C = \frac{-i}{\omega C}$

Valor eficaz

$V_{RMS} = \frac{V_{máx}}{\sqrt{2}}$

exemplo: Volts

$V_{máx} = 325$

$V_{RMS} = 230$

tempo

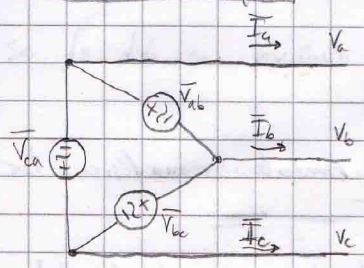
AC (monofásico) <=> DC

Volts

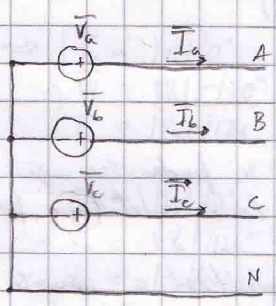
230

tempo

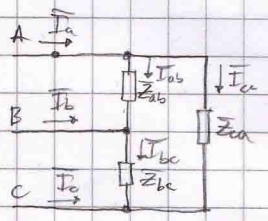
Fonte em triângulo



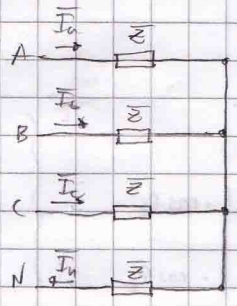
Fonte em estrela



Carga em triângulo



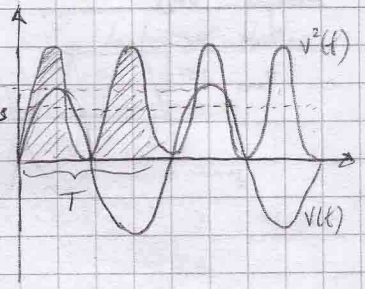
Carga em estrela



∴ Carga equilibrada significa que as impedâncias têm todas o mesmo valor

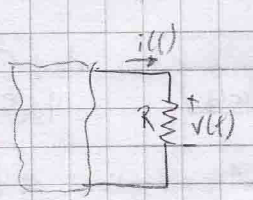
Valor eficaz (cont.)

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$
$$= R i^2(t)$$
$$= \frac{v^2(t)}{R}$$



Sabendo V_{RMS}, uma carga com x V_{RMS} A.C e outra com x V DC consomem / dissipam a mesma potência.

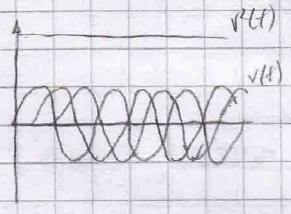
Os valores AC geral já vêm em RMS caso dito explicitamente em contrário pf ser + fácil converter pf DC (igual valor)



V_{RMS} (valor eficaz) vai ser o valor médio dessa área.

Daqui também se pode ver que um motor alimentado a corrente monofásica tem um momento torsor oscilatório porque a potência também o é.

Já num alimentado a corrente trifásica, a potência resultante é constante, pelo que pode produzir um momento torsor constante.



Carga trifásica

Carga Δ

$$P = 3 |V_{ab}| \cdot |I_{ab}| \cdot \cos\theta_z$$

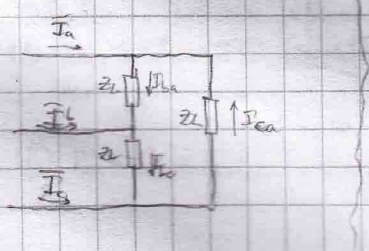
$$P = \sqrt{3} \cdot |V_{ab}| \cdot |I_a| \cdot \cos\theta_z$$

corrente na linha = $\sqrt{3}$ · corrente nas impedâncias da carga

$$|I_a| = \sqrt{3} \cdot |\bar{I}_{ab}|$$

tensão composta = tensão nas impedâncias da carga

$$\bar{V}_{ab} = \bar{V}_{zL}$$



Carga Y

$$P = 3 |V_a| \cdot |I_a| \cdot \cos\theta_z$$

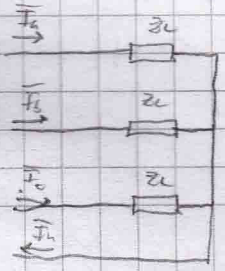
$$P = \sqrt{3} |V_{ab}| \cdot |I_a| \cos\theta_z$$

corrente na linha = corrente nas impedâncias da carga

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{zL}$$

tensão composta = $\sqrt{3}$ · tensão nas impedâncias da carga

$$\bar{V}_{ab} = \sqrt{3}\, \bar{V}_a$$



$|V_{ab}| = \sqrt{3}\,|V_a|$ $\qquad$ $|V_{ab}| = \sqrt{3}\,|V_a|$

$\angle V_{ab} = \angle V_a + 30°$ $\qquad$ $\angle V_{ab} = V\angle V_a + 30°$

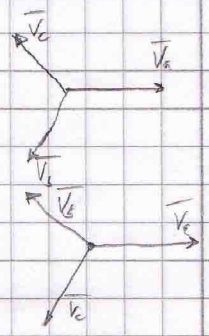
$|I_a| = \sqrt{3}\,|I_{ab}|$

$\angle I_a = \angle I_{ab} - 30°$

se for dito as sequências de fases é

positiva (abc) $\Rightarrow$
$\begin{cases} \overline{V_a} = |V_a|\angle 0° \\ \overline{V_b} = |V_b|\angle -120° \\ \overline{V_c} = |V_c|\angle 120° \end{cases}$

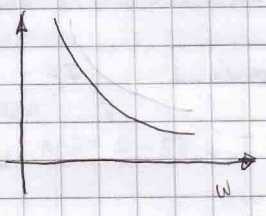
negativa (acb) $\Rightarrow$
$\begin{cases} \overline{V_a} = |V_a|\angle 0° \\ \overline{V_b} = |V_b|\angle 120° \\ \overline{V_c} = |V_c|\angle -120° \end{cases}$



$\therefore$

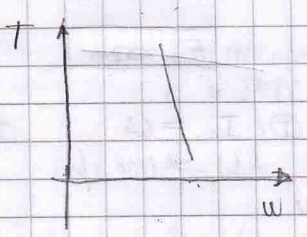
Motor série

$T = \alpha \cdot I$

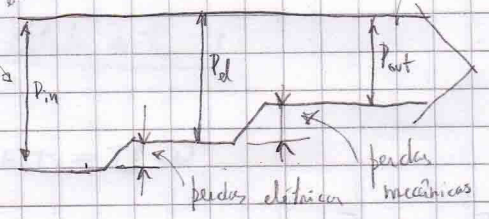


Para velocidades angulares baixas tem um arranque pouco forte

Motor paralelo



A v. angular é ± cte para a variação de torque



$P_{in} = 36 \cdot 240 = 8640\ W$

$P_{el} = \underbrace{(237 - 0{,}6 \cdot 36)}_{E} \cdot \underbrace{36}_{I} = 7754\ W$

$P_{out} = T_{motor} \cdot 500 \cdot \frac{2\pi}{60}$

$P_{perdas\ mec} = T_{perdas\ mec} \cdot 500 \cdot \frac{2\pi}{60}$

$P_{perdas\ elet.} = (0{,}18 + 0{,}42) \cdot 36^2 + \underbrace{3 \cdot 36}_{\text{perdas escovas}} = 885{,}6\ W$

$T_{el} = T_{motor} + T_{perdas\ mec.}$

$EI = T_{el} \cdot w$

$T_{el} = \frac{(237 - 0{,}6 \cdot 36) \cdot 36}{500 \cdot \frac{2\pi}{60}}$

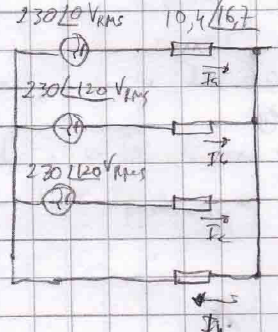
$T_{el} = 148\ Nm$

= ESTUDO =

Sistemas Trifásicos p.39 → P_{AV} p.25

Exemplo 1

Forte ☆, carga ☆



Vala da corrente na fase a

$I_a = \frac{230\angle 0°}{10{,}4\angle 16{,}7°} = 22{,}1\angle -16{,}7°\ A$ ✓

$I_b = 22{,}1\angle -136{,}7°\ A$ ✓

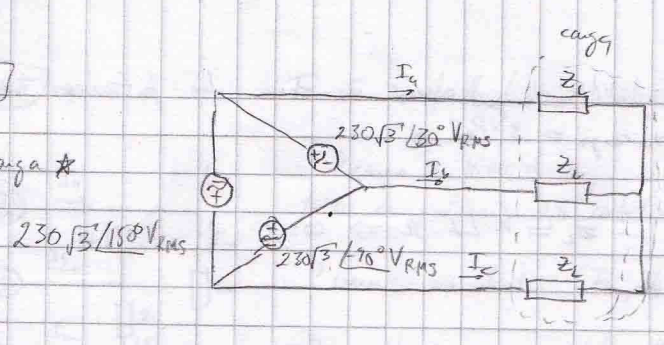
$I_c = 22{,}1\angle 103{,}3°\ A$ ✓

$I_n = I_a + I_b + I_c$

$I_n = 22\angle -16{,}7° + 22\angle -136{,}7° + 22\angle$

Exemplo 2

fonte Δ, carga ★



$P_{carga} = 900\ W$

fator potência 0,9 indutivo

? Z_L

? I_a, I_b, I_c

Sendo a potência na carga é 900 W, a potência para cada impedância será $\frac{1}{3}$

$P_{ZL} = 300\ W$

Tendo em conta a fórmula

$$P_{ZL} = |\bar{V}_{ZL}| \cdot |\bar{I}_{ZL}| \cdot \cos\theta_{ZL}$$

$\Rightarrow$ aplicada a uma impedância dá

$$300 = |\bar{V}_a| \cdot |\bar{I}_a| \cdot 0{,}9$$

falta o valor da tensão simples ($|V_a|$) e só temos compostos (ex: $|V_{ab}|$)

No entanto sabemos que $|V_{ab}| = \sqrt{3}\,|V_a| \Rightarrow |V_a| = \frac{|V_{ab}|}{\sqrt{3}}$

Fica então:

$$300 = \frac{230\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot |\bar{I}_a| \cdot 0{,}9 \Rightarrow |\bar{I}_a| = 1{,}45\,A$$

Para saber o valor da impedância tendo V_{RMS} e I_{RMS}, basta aplicar lei de Ohm

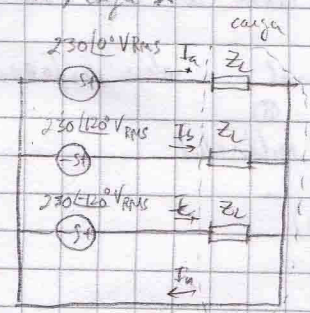
$$|Z_L| = \frac{|V_a|}{|I_a|} = \frac{230}{1{,}45} = \boxed{158{,}7\,\Omega} \qquad \angle Z_L = \cos^{-1}(0{,}9) = \boxed{25{,}8°} \qquad ?\ \angle \bar{I}_a$$

$\angle V_{ab} = \angle V_a + 30 \Rightarrow \angle V_a = \angle 0° \Rightarrow$ lei de Ohm $\frac{\bar{V}_a}{\bar{Z}_L} = \bar{I}_a \Leftrightarrow \frac{|V_a|\angle V_a}{|Z_L|\angle Z_L} = |\bar{I}_a|\angle \bar{I}_a$

$$1{,}45\angle 0 - 25{,}8° = \bar{I}_a \Rightarrow \boxed{\bar{I}_a = 1{,}45\angle -25{,}8°\ A}$$

Exemplo 3

Fonte ★, carga ★



$Z_L = 50{,}86\angle 10{,}6°\ \Omega$

? I_a ($= I_b = I_c$) $\angle 120°$ $\angle -120°$

? I_n

? P_{carga}

Tendo V_{RMS} e Z_L, pela lei de Ohm posso segue à corrente que atravessa que é a de linha

$$I_{RMS} = \frac{230\angle 0°}{50{,}86\angle 10{,}6°} = 4{,}52\angle -10{,}6°\ A$$

I_n é nulo porque a carga é equilibrada (todas as impedâncias têm o mesmo valor) assim como a fonte (parte real igual e desfazadas 120°). Assim, o sistema é equilibrado e as correntes I_a, I_b e I_c são iguais a menos do desfazado de 120°. Daí $I_a + I_b + I_c = I_n = 0$

A potência na carga (P_{AV_carga}) será a soma das potências em cada impedância. Como são iguais $P_{AV\_carga} = 3 \cdot P_{AV\_Z_L}$

Tendo a fórmula

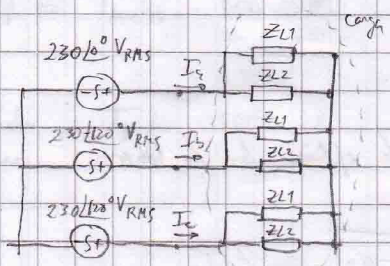
$$Z_L = x \angle y^\circ \ \Omega \Rightarrow \cos y$$

$$P = |V| \cdot |I| \cdot \cos\theta_{Z_L}$$

$$P_{carga} = 3 \cdot \underbrace{(230 \cdot 4{,}52 \cdot \cos(10{,}6))} = 3065 \text{ W}$$

usando, p/ exemplo, os valores da linha A

Exemplo 4 — 7 - fonte ☆ ? e o neutro?



$Z_{L1} = 3 + j2$ $\quad Z_L = Z_{L1} \parallel Z_{L2} = 2{,}167\angle 0^\circ$

$Z_{L2} = 3 - j2$

? correntes de linha (I_a, I_b, I_c)

? potência fornecida à carga (P_{carga})

Tendo os valores das tensões simples (V_a, V_b, V_c) e os valores das impedâncias, pela lei de Ohm posso regar às correntes de linha

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_a}{Z_L} \Rightarrow \bar{I}_a = \frac{230\angle 0^\circ}{2{,}17\angle 0^\circ} = 106\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_b = 106\angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_c = 106\angle 120^\circ \text{ A}$$

O módulo das correntes é o mesmo porque se trata de um sistema equilibrado.

- porque o módulo das tensões das fontes é igual, e valores desfazados 120°
- impedâncias todas c/ mesmo valor (carga equilibrada)

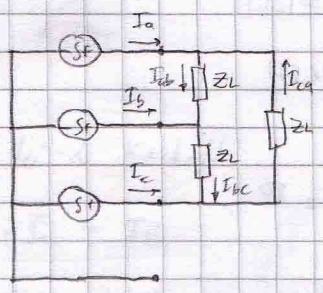
$$P_{carga} = 3 \cdot P_{Z_L} = 3 \cdot |\bar{V}_a| \cdot |\bar{I}_a| \cdot \cos\theta \leftarrow Z = 2{,}17\angle 0^\circ \quad \cos(0)$$

$$= 3 \cdot 230 \cdot 106 \cdot 1 = 73{,}3 \text{ kW}$$

Exemplo 5

Tensão composta ($|V_{ab}| = |V_{bc}| = |V_{ca}| = 400\ V_{RMS}$)

fonte Δ, carga Δ



$P_{carga} = 1500\ W$

fator de potência 0,8 indutivo

? correntes nas linhas (I_a, I_b, I_c)

? correntes nas impedâncias (I_{ab}, I_{bc}, I_{ca})

$$P_{carga} = 3 \cdot |V_{ab}| \cdot |I_{ab}| \cdot 0,8$$

$$\hookrightarrow |V_{ab}| = \frac{1500}{3 \cdot 400 \cdot 0,8} = 1,56\ A$$

Falta saber o ângulo do fasor

Sabemos que

$\angle Z_L = \cos^{-1}(0,8) = 36,9°$ Lembrando a lei de Ohm

$$\bar{I}_{ab} = \frac{\bar{V}_{ab}}{R} \Rightarrow |I_{ab}| \angle I_{ab}° = \frac{|V_{ab}| \angle V_{ab}°}{|R| \angle R°}$$

$$= \frac{|V_{ab}|}{|R|} \angle V_{ab} - \angle R$$

Daí $\angle \bar{I}_{ab} = 30° - 36,9° = -6,9°$

assumindo (já foi dito no enunciado) que $\bar{V}_A = |V_A| \angle 0°$

e portanto $\angle V_{ab} = \angle 0° + 30°$

$\bar{I}_{ab} = 1,56 \angle -6,9°\ A$

$\bar{I}_{bc} = 1,56 \angle -126,9°\ A$

$\bar{I}_{ca} = 1,56 \angle 113,1°\ A$

(A) Pela lei de Kirchoff podemos achar as correntes de linha

ou seja: $\bar{I}_a + \bar{I}_{ca} = \bar{I}_{ab} \Rightarrow \bar{I}_a = 1,56 \angle -6,9° - 1,56 \angle 113,1° = 2,70 \angle -36,9°\ A$

$\bar{I}_b = 2,70 \angle -156,9°\ A$

$\bar{I}_c = 2,70 \angle 83,1°\ A$

(B) pela relação $|I_a| = \sqrt{3}\,|I_{ab}|$ e $\angle I_a = \angle I_{ab} - 30°$

$|I_a| = \sqrt{3} \cdot 1,56 = 2,70$

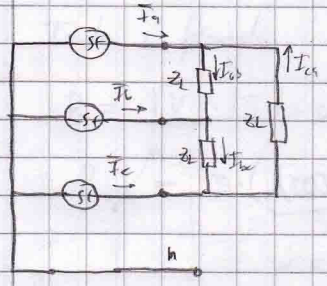
$\angle I_a = \angle -6,9° - \angle 30° = \angle -36,9°$

Exemplo 6

fonte ★, carga Δ

$Z_L = 4 + j3\,\Omega = 5\angle 36{,}87°$

tensões compostas $(|V_{ab}| = |V_{bc}| = |V_{ca}| = 400\ V_{RMS}$



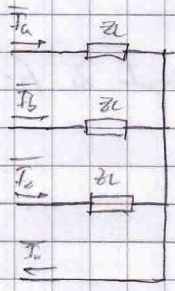
? P_{carga}

$P_{carga(\Delta)} = 3 \cdot 400 \cdot |I_{ab}| \cdot \cos\theta_{Z_L}$ → $\cos(36{,}87)$

$|I_{ab}| = \frac{|V_{ab}|}{|Z_L|} = \frac{400}{5} = 80$

$P_{carga(\Delta)} = 76{,}8\ kW$

carga ★



$P_{carga(★)} = 3 \cdot |V_a| \cdot |I_a| \cdot \cos(36{,}87)$

Se $|V_{ab}| = 400$ e $|V_a| = \frac{|V_{ab}|}{\sqrt{3}}$ ∴ $\Rightarrow |V_a| = 230\ V_{RMS}$

$|I_a| = \frac{|V_a|}{|Z_L|} = \frac{230}{5} = 46$

$P_{carga(★)} = 25{,}4\ kW$

Conclusão: Potência fornecida à carga é 3× maior se esta estiver em Δ do que em ★

Exemplo 7

tensão $= 230\ V_{RMS}$

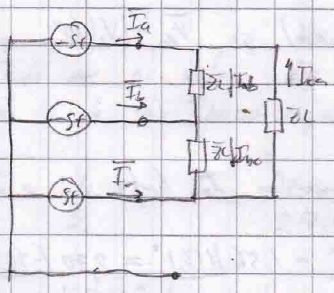
$Z_L = 39{,}1\angle 39{,}9°\ \Omega$

? valores das 3 tensões compostas (V_{ab}, V_{bc}, V_{ca})

? correntes nas 3 linhas (I_a, I_b, I_c) . nas impedâncias de carga (I_{ab}, I_{bc}, I_{ca})

? potência transferida p/ carga trifásica (P_{carga})

fonte ★, carga Δ



Assumindo

$V_a = 230\angle 0°\ V_{RMS}$

$V_{ab} = \sqrt{3}\,230\angle 0+30°\ V_{RMS}$

tendo a tensão composta e o valor da impedância podemos calcular a corrente que nela passa (corrente na impedância da carga $(I_{ab}, \ldots)$) pela lei de Ohm

$\overline{I_{ab}} = \frac{\overline{V_{ab}}}{Z_L} = \frac{\sqrt{3}\,230\angle 30°}{39{,}1\angle 39{,}9°} = 10{,}2\angle -9{,}9°\ A$

Sendo uma sistema equilibrado

$\overline{I_{bc}} = 10{,}2\angle -129{,}9°\ A$

$\overline{I_{ca}} = 10{,}2\angle 110{,}1°\ A$

(A) Para uma carga Δ, $|\bar{I}_a| = \sqrt{3}|\bar{I}_{ab}|$ e $\angle I_a = \angle I_{ab} - 30$

$\bar{I}_a = 17{,}6 \angle -39{,}8°$

$|\bar{I}_a| = 17{,}6$ $\quad \angle I_a = \angle -39{,}8°$

(B) Pela lei de Kirchoff

$\bar{I}_a + \bar{I}_{ca} = I_{cb}$

$\bar{I}_a = 10{,}2\angle -9° - 10{,}2\angle 110{,}1°$

$\bar{I}_a = 17{,}6 \angle -39{,}8°$

Para regra a P_{carga}, p/ uma carga Δ

(A) $P_{carga} = 3|V_{ab}| \cdot |I_{ab}| \cdot \cos\theta_z$

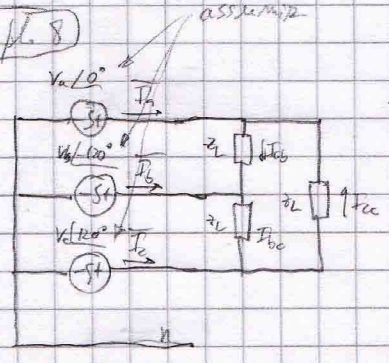
$= 3 \cdot \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 10{,}2 \cdot \cos(39{,}8) = 9351\ W$

(B) $P_{carga} = \sqrt{3}|V_{ab}| \cdot |I_a| \cdot \cos\theta_z$

$= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 17{,}6 \cdot \cos 39{,}8 = 9316\ W$ ✓

Exemplo 8

fonte ☆
carga Δ



- Carga consome 76,8 kW (→ $P_{carga} = 76800$ W)
- fator potência 0,8 capacitativo (⇒
- tensões compostas = 400 V_{rms} (= $|V_{ab}| = |V_{bc}| = |V_{ca}|$)

? Z_L

Lei de Ohm ∴ Potência carga

$Z_L = \frac{|V_{ab}|\angle V_a°}{|I_{ab}|\angle I_a°}$ $\quad P_{carga} = 3 \cdot |\bar{V}_{ab}| \cdot |\bar{I}_{ab}| \cdot \cos\theta_z$

$76800 = 3 \cdot 400 \cdot |\bar{I}_{ab}| \cdot 0{,}8$

$|\bar{I}_{ab}| = 80$

$\angle I_{ab} = \angle I_a + 30$

$\bar{I}_a = \cos^{-1} 0{,}8$

$\angle V_a° + 30° = \angle V_{ab}°$

$\angle I_{ab} = 66{,}5°$ $\quad \angle V_{ab} = \angle 30°$

$Z_L = \frac{400\angle 30°}{80\angle 66{,}5°} = 5\angle -36{,}5°\ \Omega$ ✓