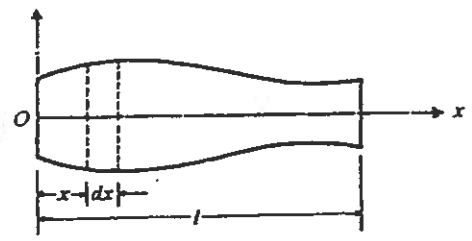
1) A função de resposta em frequência constitui um modelo para um sistema vibratório.
   a) Indicar, sucintamente, e recorrendo à representação gráfica, como identificar as propriedades mecânicas e dinâmicas do sistema a partir de uma função de resposta em frequência.
   b) Para um sistema com um grau de liberdade e com amortecimento de tipo viscoso, representar graficamente as partes real e imaginária das funções deslocabilidade e mobilidade, indicando a posição da frequência de ressonância.

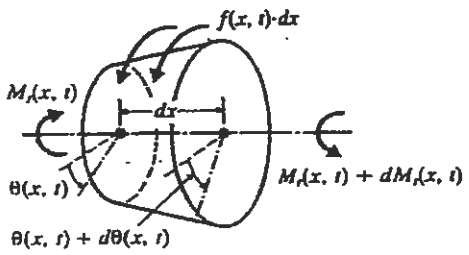
2) Para um sistema linear discreto com n graus de liberdade, as frequências $\omega_i (i=1, 2, \ldots, n)$ e formas naturais $\{u\}_i$ de vibração são as soluções do problema de valores e vectores próprios $[k]u=\omega^2[m]\{u\}$.
   a) Apresentar as duas formas deste problema utilizadas no método da iteração de vectores para calcular a menor e a maior frequências naturais.
   b) Caracterizar os métodos da iteração de vectores e o método de Jacobi.
   c) Indicar, justificando, em que condições o método da iteração de vectores não converge para o maior valor próprio λ da equação $[A]\{u\} = \lambda\{u\}$.
   d) Discutir, justificando, a aplicabilidade do método da iteração de vectores e do método de Jacobi na extracção das frequências e formas naturais de vibração de um sistema semi-definido.

3) A resposta dinâmica de um sistema linear discreto ou contínuo pode ser determinada por análise modal.
   a) Definir modo natural de vibração e forma natural de vibração.
   b) Referir, sucintamente, as vantagens e desvantagens desta técnica.
   c) Justificar a utilização duma base modal truncada.
   d) Referir critérios básicos que condicionam a escolha da base modal.

4) Para uma placa quadrada de lado a, simplesmente apoiada nos 4 bordos,
   a) Indicar as condiçõesde fronteira.
   b) Esboçar as 4 primeiras formas naturais de vibração, indicando eventuais pontos e/ou linhas nodais, e comentar o valor das respectivas frequências naturais.



(a)



(b)

5) A figura representa um veio em vibração de torção e um elemento de veio de comprimento infinitesimal dx.
   a) Enunciar o princípio variacional de Hamilton.
   b) Utilizando o princípio variacional de Hamilton, estabelecer a equação diferencial de movimento de torção do veio representado.

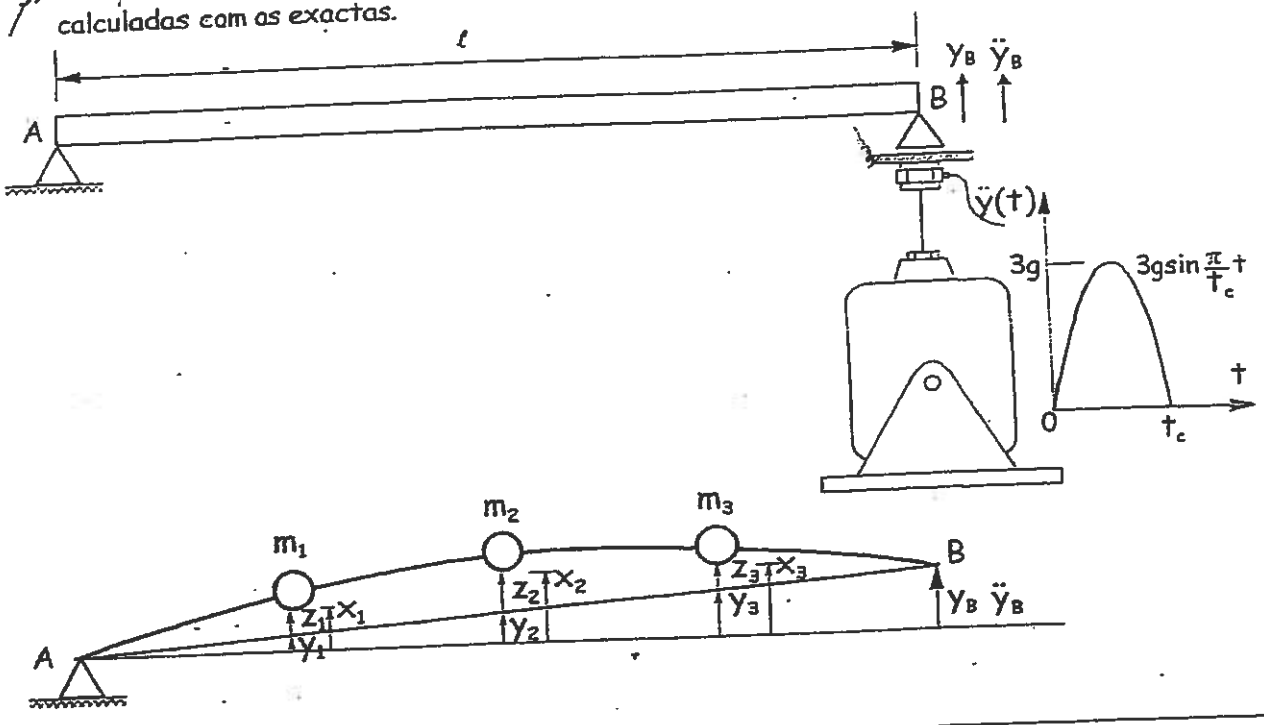
vtv01

1) A figura representa uma viga simplesmente apoiada que foi sujeita a um teste de resistência vibratória por aplicação de uma aceleração $\ddot{y}_B$ ao apoio B.

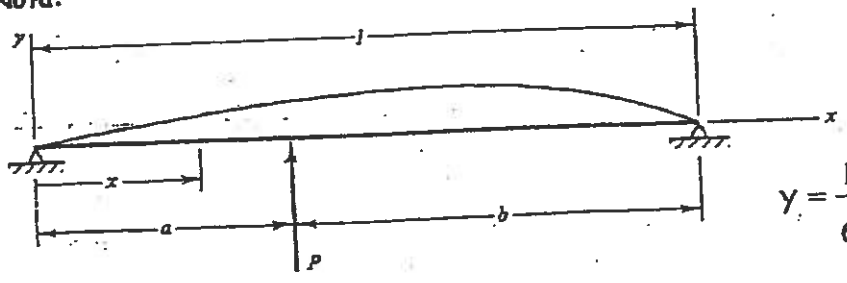
A viga de comprimento $\ell = 12$ m apresenta secção recta em I com momento de 2ª ordem $I=4.18\times10^{-5}$ m^4 e massa por unidade de comprimento $\mu=143$ kg/m. O material da viga possui módulo de elasticidade E= 2.1×10^5 MPa.

Para estudar o comportamento da viga durante o ensaio, esta é modelisada como um sistema linear discreto com 3 graus de liberdade conforme se representa na figura.

a) Determinar as matrizes de rigidez e de massa.
b) Escrever as equações do movimento em termos das coordenadas absolutas $x_i\ (i=1,2,3)$.
c) Escrever as equações do movimento em termos das coordenadas relativas $z_i\ (i=1,2,3)$.
d) Determinar, pela equação de vectores, o 1º e o 3º modos naturais de vibração.
e) Determinar, por sobreposição modal do 1º e do 3º modos naturais de vibração, a resposta relativa.
f) Determinar, por sobreposição modal do 1º e do 3º modos naturais de vibração, a resposta relativa máxima para uma razão de amortecimento modal $\xi_r = 5\%, (r=1,3)$ e um tempo de actuação $t_c = 0.15$ s da solicitação passiva.
g) Avaliar a precisão do modelo discreto por comparação das frequências e formas naturais calculadas com as exactas.



Nota:



$$y = \frac{Pbx}{6EI\ell}\left(\ell^2 - x^2 - b^2\right) \quad x \le a$$

2) A figura representa uma viga bi-encastrada de comprimento ℓ, com rigidez de flexão EI, e de material de massa específica ρ. Utilizando as funções de aproximação $V_1(x) = 1 - \cos\frac{2\pi x}{\ell}$ e $V_2(x) = 1 - \cos\frac{4\pi x}{\ell}$,

a) Esboçar a representação gráfica das duas funções;
b) Classificar as funções dadas em termos da verificação da equação diferencial do movimento e das condições de fronteira.

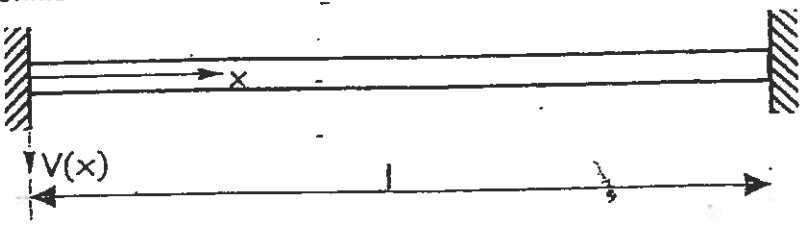
Resolver, em alternativa, o grupo A ou B.

A.a) Pelo método de Rayleigh-Ritz, determinar uma estimativa das frequências naturais e das formas naturais;

A.b) Comparar as estimativas com o valor exacto e comentar.

B.a) Pelo método da energia de Rayleigh, determinar uma estimativa da frequência natural fundamental;

B.b) Comparar a estimativa com o valor exacto e comentar.



15
2 5