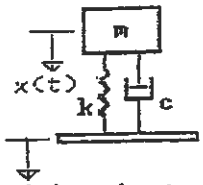
FEUP - Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
Dinâmica das Estruturas

Exame de 2001-01-24
Parte teórica

1) A solicitação actuante sobre um sistema vibratório pode ser uma função do deslocamento, velocidade ou aceleração do sistema, como por exemplo, $f(t) = F_0 x(t)$. O comportamento vibratório de um tal sistema é descrito pela equação $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 x(t)$. Admitindo uma solução da forma $x(t) = Ce^{st}$,

a) Estabelecer a equação característica ou de frequências.
b) Discutir a natureza das soluções da equação característica e o tipo de movimento do sistema.

2) O sistema representado na figura está sujeito a um movimento harmónico da base (transmissão passiva) de amplitude Y e frequência $\omega > \omega_n$.



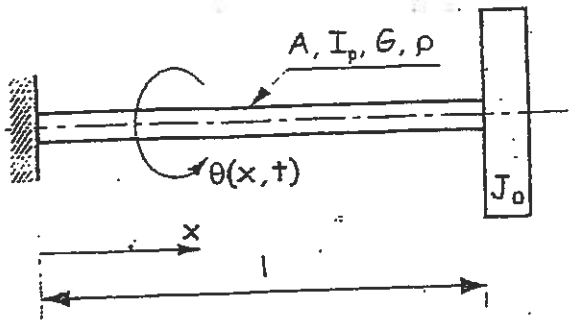
a) Caracterizar o movimento vibratório $x(t)$ do equipamento.
b) Definir e representar graficamente a transmissibilidade absoluta TR_a em função da frequência de excitação. Indicar na figura eventuais pontos singulares.
c) Definir e representar graficamente a transmissibilidade relativa TR_r em função da frequência de excitação. Indicar na figura eventuais pontos singulares.
d) Representar a amplitude F da força transmitida à massa m em função da frequência de excitação.
e) Para um deslocamento da base $y(t) = Y_0 \mu(t)$, estabelecer uma expressão genérica para a resposta $x(t)$.

3) A função de resposta em frequência constitui um modelo matemático para um sistema vibratório.

a) Para um sistema com um grau de liberdade e com amortecimento de tipo viscoso, representar graficamente a função de mobilidade, indicando claramente a posição da frequência de ressonância, sob as seguintes formas,
   i. magnitude em função da frequência;
   ii. parte real em função da frequência;
   iii. parte imaginária em função da frequência;
   iv. parte imaginária em função da parte real (diagramas de Nyquist).
b) Indicar, sucintamente, e recorrendo à representação gráfica, como identificar as propriedades dinâmicas do sistema a partir de uma função de resposta em frequência.

4) Os métodos aproximados de determinação das frequências e formas naturais de vibração, como o método de Rayleigh e o método de Rayleigh-Ritz, assentam numa aproximação das formas naturais de vibração do tipo $v(x) = a_1 h_1(x) + a_2 h_2(x) + \ldots + a_n h_n(x)$, onde $h_1(x)$, $h_2(x)$,..., $h_n(x)$ são funções conhecidas da variável espacial x e que satisfazem determinados requisitos.

a) Indicar em que princípio(s) assentam estes dois métodos.
b) Apresentar uma análise comparativa entre os dois métodos.
c) Indicar os requisitos das funções $h_1(x)$, $h_2(x)$,..., $h_n(x)$ a utilizar com estes métodos e situá-las no espaço funcional.
d) Com base em que princípio e como são determinados matematicamente os coeficientes a_1, a_2,..., a_n ?



5) A figura representa um veio de secção constante em torção, apresentando uma das extremidades fixa e na outra um volante indeformável de momento de inércia J_0. O problema característico é definido pela equação diferencial

$$-\frac{d}{dx}\left(GI_p(x)\frac{d\Theta(x)}{dx}\right)=\omega^2 J(x)\Theta(x)$$

e respectivas condições de fronteira, e possui soluções $(\omega_r;\Theta_r(x))\ r=1,2,\ldots,\infty$.

a) Escrever as condições de fronteira que devem ser verificads pelas soluções $(\omega_r;\Theta_r(x))\ r=1,2,\ldots,\infty$.

b) A partir da equação característica, estabelecer as propriedades de ortogonalidade das formas naturais de vibração $\Theta_r(x)\ r=1,2,\ldots,\infty$ em relação à inércia e à rigidez.

Cond. fronteira

$\Theta(0,t)=0$

$I_p \frac{\partial\theta(l,t)}{\partial x} = -J_0 \frac{\partial^2\theta(l,t)}{\partial t^2}$