

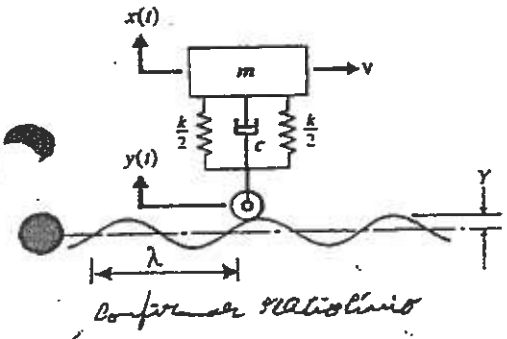

1) Para o sistema vibratório representado na figura, representar graficamente, e de forma sobreposta, a solicitação $f(t)$ e a respectiva resposta $x(t)$ do sistema, com condições iniciais nulas, para as seguintes situações:

a) impulso unitário aplicado no instante $t = \tau$ ($\delta(t-\tau)$);

b) degrau unitário aplicado no instante $t = \tau$ ($\mu(t-\tau)$);

c) solicitação $f(t) = F\sin\omega t$ com $\omega << \omega_n$;

d) solicitação $f(t) = F\sin\omega t$ com $\omega >> \omega_n$.




2) O equipamento representado na figura desloca-se com uma velocidade v sobre um piso ondulado de comprimento de onda $\lambda$ e amplitude Y.

a) Caracterizar o movimento vibratório $x(t)$ do equipamento.

b) Representar a amplitude do movimento $x(t)$ da massa m em função da velocidade de deslocamento. Indicar na figura eventuais pontos singulares.

c) Representar a amplitude F da força transmitida à massa m em função da velocidade de deslocamento. Indicar na figura eventuais pontos singulares.

d) Estabelecer uma expressão genérica para a resposta $x(t)$ se, em vez da superfície ondulada, o sistema encontar um degrau, isto é, $y(t) = Y_0\mu(t)$.

3) A análise do comportamento dinâmico de um sistema consiste na determinação das suas propriedades dinâmicas e/ou na determinação da resposta a determinado tipo de solicitação.

a) Definir espectro de reposta (ou de choque) e justificar a sua utilização em análise dinâmica de estruturas.

b) Justificar a utilização do modelo não amortecido do sistema com um grau de liberdade no estabelecimento de espectros de choque para diferentes transientes.

4) Para estimar a frequência fundamental de vibração de um sistema, o quociente de Rayleigh constitui uma técnica bastante prática.

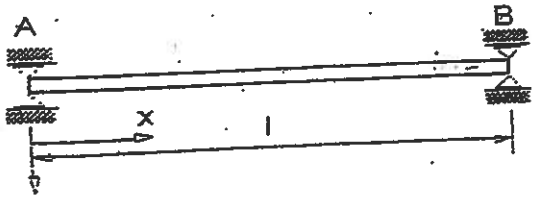
a) Indicar a(s) propriedade(s) do quociente de Rayleigh.

b) Indicar quais os requisitos da aproximação da forma fundamental de vibração a utilizar no quociente de Rayleigh para:

i. um sistema discreto; ii. um sistema contínuo.

c) Para um sistema discreto cujas formas naturais são os vectores $\phi_1$, $\phi_2$ e $\phi_3$, considerar três vectores de aproximação, $v_1 = \phi_1 + \alpha\phi_1$, $v_2 = \phi_1 + \alpha\phi_2$ e $v_3 = \phi_3 + \alpha\phi_2$ a utilizar no quociente de Rayleigh. Representar e justificar a variação do quociente de Rayleigh em função do parâmetro $\alpha$ para cada um destes vectores.

d) Caracterizar o quociente de Rayleigh dum sistema linear discreto para um vector arbitrado $\{v\}$ que verifica a relação $\{v\}^T[m]\{\phi\}_1 = 0$, onde $[m]$ e $\{\phi\}_1$ representam, respectivamente, a matriz de massa e o primeiro vector modal.




V(x)

5) A viga representada na figura, de comprimento $\ell$, é suportada por dois apoios duplos A e B que impedem o movimento transversal e o movimento longitudinal. A secção recta da viga apresenta área A e momento de 2ª ordem I, e o material possuí módulo de elasticidade E e massa específica ρ.

a) Assumindo uma deformada admissível genérica V(x) para aproximação da forma fundamental da vibração lateral (de flexão) da viga, escrever a expressão da energia potencial elástica máxima.

$$T_{max} = \frac{1}{2}\int_0^l EI_x \left[\frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2}\right]^2 dx$$

cond. fronteira:

$V(0,t) = 0$

$V(\ell,t) = 0$