1) Para um sistema vibratório ligeiramente amortecido, com condições iniciais nulas, caracterizar sucintamente a respectiva resposta x(t) para as seguintes solicitações:

a) força impulsiva aplicada no instante $t = \tau$ $(F\delta(t-\tau))$;

b) força transiente em degrau aplicada no instante $t = \tau$ $(F\mu(t-\tau))$;

c) força estacionária $f(t) = F\sin\omega t$ com $\omega << \omega_n$;

d) força estacionária $f(t) = F\sin\omega t$ com $\omega >> \omega_n$.

2) A análise de comportamento dinâmico de um sistema assenta num modelo matemático desse sistema.

a) Indicar e caracterizar, sucintamente, os modelos utilizados em análise dinâmica de estruturas.

b) Caracterizar o modelo espacial de sistemas lineares discretos e de sistemas contínuos.

c) Definir e representar graficamente a função de resposta em frequência acelerabilidade ou acelerância sob a forma do diagrama de Bode e do diagrama de Nyquist, indicando aspectos notáveis destas representações (frequência de ressonância e assímptotas).

d) Indicar a relação existente entre a magnitude da função deslocabilidade e da função acelerabilidade. Representar graficamente a magnitude destas funções numa escala logarítmica para a magnitude.

3) Os transdutores de vibração permitem medir o deslocamento ou a aceleração do estado vibratório de um sistema mecânico.

a) Representar as características de transmissibilidade e indicar as gamas de frequência de funcionamento dos transdutores de deslocamento e de aceleração.

b) Indicar quais os elementos constituintes de um transdutor de vibrações e caracterizar relativamente ao atravancamento, justificando, os transdutores de deslocamento e de aceleração.

4) A resposta dinâmica de um sistema linear discreto ou contínuo pode ser determinada por análise modal.

a) Definir modo natural de vibração e forma natural de vibração.

b) Referir, sucintamente, as vantagens e desvantagens desta técnica.

c) Justificar a utilização duma base modal truncada.

d) Referir critérios básicos que condicionam a escolha da base modal.

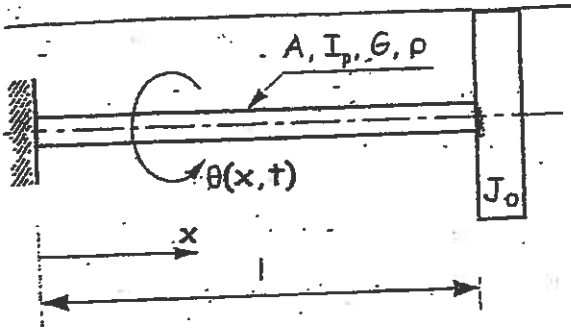
5) Os métodos aproximados de determinação das frequências e formas naturais de vibração, como o método de Rayleigh e o método de Rayleigh-Ritz, assentam numa aproximação das formas naturais de vibração do tipo $\phi(x) = a_1\psi_1(x) + a_2\psi_2(x) + \ldots + a_n\psi_n(x)$, onde $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$,..., $\psi_n(x)$ são funções conhecidas da variável espacial x.

a) Apresentar uma análise comparativa entre os dois métodos.

b) Indicar os requisitos das funções $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$,..., $\psi_n(x)$ a utilizar com estes métodos e situá-las no espaço funcional.

c) Com base em que princípio e como são determinados matematicamente os coeficientes a_1, a_2,..., a_n ?

d) A que nível (níveis) se situam as aproximações intrínsecas a estes dois métodos ?



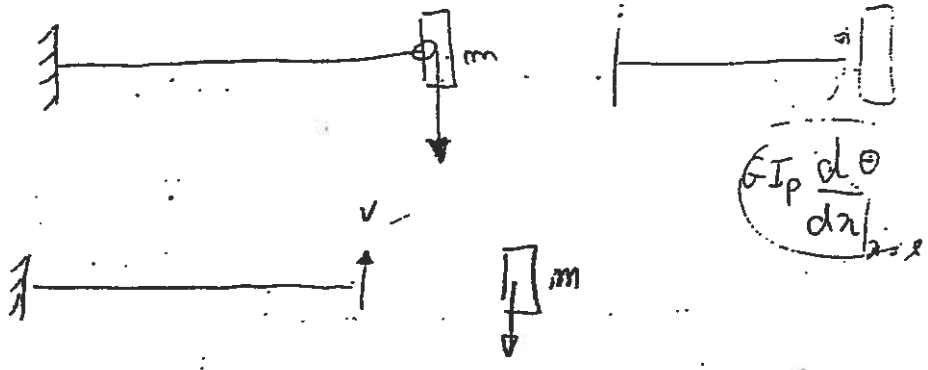
6) A figura representa um veio de secção constante em torção, apresentando uma das extremidades fixa e na outra um volante indeformável de momento de inércia J_0.

a) Estabelecer e caracterizar a equação diferencial do movimento do sistema.

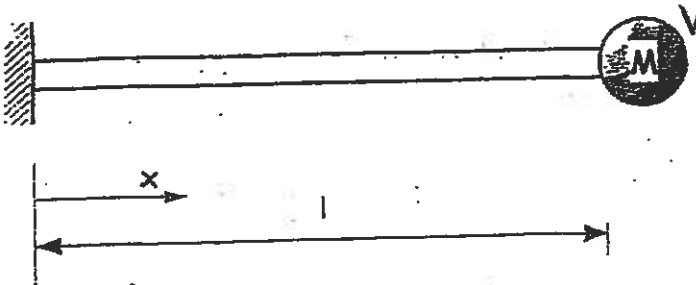
b) Estabelecer o problema característico associado cujas soluções constituem os modos naturais de vibração, $(\omega_r; \theta_r(x))$ $r=1,2,\ldots,\infty$.

c) Escrever as condições de fronteira que devem ser verificadas pelas formas naturais de vibração $\theta_r(x)$ $r=1,2,\ldots,\infty$.

d) A partir da equação característica, estabelecer as propriedades de ortogonalidade das formas naturais de vibração $\theta_r(x)$ $r=1,2,\ldots,\infty$ em relação à inércia e à rigidez.



$$V = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$



1) A figura representa uma viga com a extremidade $x = 0$ fixa e na extremidade $x = \ell$ com uma massa M concentrada. A seccção recta da viga é uniforme e apresenta área A e momento de 2ª ordem I. O material da viga possui módulo de elastidade E e massa específica ρ.

a) Escrever e classificar as condições de fronteira.

Considerando como aproximação do deslocamento lateral da viga $V(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i \psi_i = \sum_{i=1}^{n} a_i \left(\frac{x}{\ell}\right)^{i+1}$,

b) verificar a aplicabilidade das funções de aproximação propostas.

Utilizando o método da energia de Rayleigh e considerando a massa $M = 0.2\rho A\ell$,

c) determinar uma estimativa da frequência fundamental de vibração.

Utilizando o método de Rayleigh-Ritz e considerando a massa $M = 0.2\rho A\ell$,

d) determinar uma estimativa das frequências e formas naturais de vibração para n=2. Comentar o resultado obtido.

e) Esboçar as aproximações obtidas para as formas naturais de vibração. Comentar.

f) Comparar os resultados obtidos para a frequência natural fundamental com a frequência fundamental exacta da viga sem a massa M. Discutir o resultado.

g) determinar uma estimativa das primeiras frequências e formas naturais de vibração para n=3. Comparar e discutir o resultado obtido em relação ao resultado da alínea d).

4ª ordem → flexão de vigas

2ª ordem → torção e longitudinal de veios e barras respectiva/