1) Para um sistema vibratório ligeiramente amortecido, com condições iniciais nulas, caracterizar sucintamente a respectiva resposta x(t) para as seguintes solicitações:

a) força transiente em degrau aplicada no instante $t = \tau$ $(F\mu(t-\tau))$;

b) força estacionária $f(t) = F\sin\omega t$ com $\omega >> \omega_n$.

c) Indicar, sucintamente, como identificar o amortecimento do sistema.

d) Definir frequência natural de vibração e frequência de ressonância de amplitude e de fase.

2) A análise do comportamento dinâmico de um sistema assenta num modelo matemático desse sistema.

a) Caracterizar o modelo espacial de sistemas lineares discretos e de sistemas contínuos.

b) Estabelecer e representar graficamente a função de resposta em frequência deslocabilidade ou receptância sob a forma do diagrama de Bode e do diagrama de Nyquist, indicando aspectos notáveis destas representações (frequência de ressonância e assímptotas).

3) A análise do comportamento dinâmico de um sistema consiste na determinação das suas propriedades dinâmicas e/ou na determinação da resposta a determinado tipo de solicitação.

a) Definir espectro de choque e justificar a sua utilização em análise dinâmica de estruturas.

b) Justificar a utilização do modelo não amortecido do sistema com um grau de liberdade no estabelecimento de espectros de choque para diferentes tipos de transientes.

4) A resposta dinâmica de um sistema linear discreto com n graus de liberdade pode ser determinada por análise modal ou por integração directa das equações diferenciais do movimento.

a) Referir, sucintamente, os pressupostos de base da análise modal e de qualquer técnica de integração directa.

b) Justificar a utilização duma base modal truncada.

c) Caracterizar o método das diferenças finitas como técnica de integração directa das equações de movimento.

d) Referir os critérios básicos que condicionam a escolha do passo de integração.

5) Os métodos aproximados de determinação das frequências e formas naturais de vibração, como o método de Rayleigh e o método de Rayleigh-Ritz, assentam numa aproximação das formas naturais de vibração do tipo $\phi(x) = a_1\psi_1(x) + a_2\psi_2(x) + \ldots + a_n\psi_n(x)$, onde as funções $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$,..., $\psi_n(x)$ são funções conhecidas da variável espacial x.

a) Indicar as propriedades mais relevantes do Quociente de Rayleigh.

b) Apresentar uma análise comparativa entre o método de Rayleigh e o método de Rayleigh-Ritz.

c) Caracterizar as funções características, as funções-teste e as funções admissíveis, e situá-las no espaço funcional.

d) Justificar o "relaxamento" de restricções das funções admissíveis em relação às funções teste.

Uma viga de comprimento ℓ, de secção recta de área A e momento de 2ª ordem I, e de material de módulo de elasticidade E e massa específica ρ, está apoiada sobre dois apoios simples, apresentando um deles uma mola elástica de rigidez angular k, conforme se representa na figura.

a) Escrever e classificar as condições de fronteira do sistema.

Considerando como aproximação do deslocamento lateral da viga $V(x) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \psi_i = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \sin\left(\frac{i\pi}{\ell} x\right)$,

b) verificar a aplicabilidade das funções de aproximação propostas e classificá-las.

Utilizando o método da energia de Rayleigh e considerando a constante de rigidez angular das molas $k = \alpha \frac{EI}{l}$,

c) determinar uma estimativa da frequência fundamental de vibração.

d) Representar graficamente a variação da frequência natural fundamental do sistema e do quociente de Rayleigh em função do parâmetro α, indicando eventuais valores particulares.

e) Estabelecer o intervalo de valores do parâmetro α para o qual é válida a solução fornecida pelo Quociente de Rayleigh.

Utilizando o método de Rayleigh-Ritz e considerando o parâmetro $\alpha = 5$,

f) determinar uma estimativa das frequências e formas naturais de vibração para n=2. Comentar o resultado obtido.

g) Esboçar as aproximações obtidas para as formas naturais de vibração. Comentar.

h) Determinar um majorante da resposta da viga para a solicitação representada na figura com $tc = 0.19\sqrt{\frac{\rho A \ell^4}{EI}}$ s, não considerando a rigidez angular da mola.



