5) Os métodos de Rayleigh e de Rayleigh-Ritz são métodos aproximados de determinação das frequências e formas naturais de vibração e baseiam-se em aproximações das formas naturais de vibração do tipo $\phi(x) = a_1\psi_1(x) + a_2\psi_2(x) + \ldots + a_n\psi_n(x)$, onde as funções $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$,..., $\psi_n(x)$ são funções conhecidas da variável espacial x.

a) Referir as principais semelhanças e diferenças entre os métodos de Rayleigh e de Rayleigh_Ritz;
b) Indicar quais os requisitos mínimos a verificar pelas funções de aproximação;
c) Justificar o 'relaxamento' de restricções para as funções admissíveis.

fim

1) O rotor de um instrumento de medida é controlado por uma mola de torção e um amortecedor viscoso de rotação montados nas suas extremidades.

A massa do rotor é de $50\text{x}10^{-3}$ kg e o seu raio de giração em relação ao seu eixo de rotação é de $12\text{x}10^{-3}$ m.

Quando posto a vibrar, o rotor realiza uma oscilação completa em 4.2 s, sendo a razão entre duas amplitudes consecutivas de $^{169}/_{3}$.

Determinar:

a) a razão de amortecimento ξ;
b) a frequência natural angular não amortecida ω_n;
c) a rigidez k_t da mola de torção;
d) a constante c de amortecimento viscoso de rotação.

Se o rotor, inicialmente em repouso, receber um impulso que lhe provoca uma rotação máxima de 25°, determinar:

e) o tempo que demorou a rodar 25°;
f) a velocidade angular inicial provocada pelo impulso;
g) a energia fornecida pelo impulso.

2) A figura representa uma ponte constituída por duas vigas metálicas simplesmente apoiadas sobre as quais assentam 5 placas de betão de massa m. Cada uma das vigas possui um comprimento ℓ, uma secção recta de área A e momento de 2ª ordem I, e material de módulo de elasticidade E e massa volúmica ρ.

Admitindo como aproximação da forma natural fundamental de vibração a solução exacta da viga simplesmente apoiada, e utilizando o método da energia de Rayleigh,

a) Determinar uma estimativa da frequência natural fundamental;
b) Comparar o resultado obtido com a solução exacta para uma viga simplesmente apoiada de massa equivalente (distribuição uniforme da massa das placas sobre ambas as vigas). Comentar.

Utilizando as funções de aproximação $\psi_1(x)=\sin\frac{\pi}{\ell}x$ e $\psi_2(x)=\sin\frac{2\pi}{\ell}x$, e o método de Rayleigh-Ritz,

c) Determinar uma estimativa das duas primeiras frequências naturais e das respectivas formas naturais de vibração;
d) Representar graficamente a aproximação das formas naturais;

Admitindo uma distribuição uniforme da massa das placas sobre ambas as vigas, para a solicitação representada na figura e actuante sobre cada uma das vigas, e com os valores numéricos seguintes,

$$\ell = 12\text{ m} \quad E = 210\text{ GPa} \quad I = 4.8\text{x}10^{-4}\text{ m}^4 \quad \rho A = 90.7\text{ kg/m} \quad m = 3000\text{ kg} \quad t_c = 0.33\text{ s}$$

e) Determinar, usando os três primeiros modos naturais de vibração, o deslocamento e o momento fletor máximos a meio vão das vigas. Comentar os resultados obtidos.

