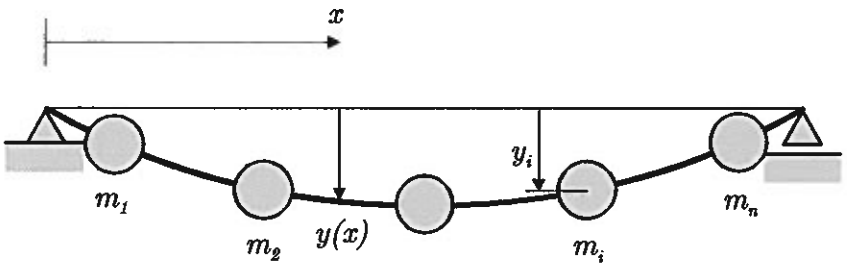
6.1) A equação diferencial do movimento axial forçado de uma barra (tracção-compressão) escreve-se como sendo $\rho A\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(EA\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x}\right)=f(x,t)$ **e as formas naturais de vibração são representadas pelas funções características** $U_r(x), r=1,\ldots,\infty$.

a) (40%) Escrever as propriedades de ortogonalidade (ortonormalidade) das formas naturais $U_r(x), r=1,\ldots,\infty$;

b) (60%) Demonstrar como a projecção da equação diferencial parcial na base modal ou natural conduz a um conjunto de equações diferenciais ordinárias independentes.

6.2) A figura representa a deformada estática $y(x)$ **de uma viga simplesmente apoiada sob a acção do peso próprio de uma série de massas concentradas** $m_i, i=1,\ldots,n$ **colocadas ao longo do comprimento** ℓ **da viga.**



Admitindo a deformada estática como função de aproximação para a forma fundamental de vibração de flexão da viga, desprezando a massa da viga e utilizando o quociente de Rayleigh,

a) (100%) demonstrar que a estimativa da frequência fundamental de flexão é dada pela expressão

$$\omega=\left(\frac{g\sum_{i=1}^{n}m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n}m_i y_i^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Justificar a demonstração.