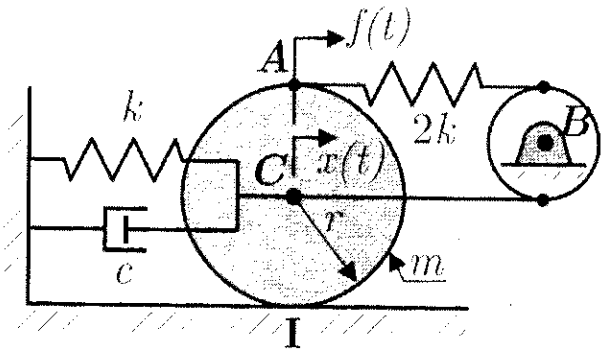


1) (7 val.) A figura representa um disco, de massa m e raio r, que rola sem escorregar ao longo de um plano horizontal. O disco está ligado a um conjunto mola amortecedor no ponto **C**. O mesmo ponto encontra-se ligado a uma roldana através de uma barra. O ponto **A** do disco é actuado por uma mola linear elástica ligada à roldana.

A coordenada $x(t)$ representa o deslocamento linear do centro do disco a partir da posição de equilíbrio estático. Quando $x(t) = 0$, as molas não estão deformadas. Considerar 'pequenas' oscilações. Considerar igualmente que a barra e a roldana têm massa e inércia desprezáveis.

a)(20%) Estabelecer a equação diferencial de movimento.

Nas alíneas seguintes, considerar a equação de movimento

$$500\ddot{x}(t) + 500\dot{x}(t) + 7\times10^4 x(t) = f(t)$$

e os seguintes valores numéricos: $m = 500$ kg ; $r = 0.5$ m ; $k = 5000$ N/m ; $c = 250$ Ns/m ; $g = 10$ m/s^2.

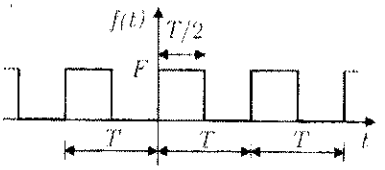
b)(10%) Determinar a razão de amortecimento e a frequência natural amortecida.

Aplicou-se uma perturbação que provocou as condições iniciais $x(0) = 0.1$ m e $\dot{x}(0) = 1$ m/s ; o sistema ficou a oscilar em regime livre. Determinar:

c)(15%) a expressão da resposta livre ou natural;

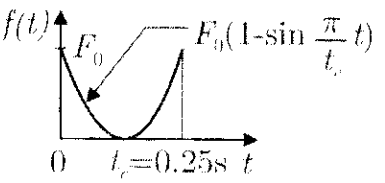
d)(15%) a energia potencial elástica máxima.

Para a força periódica representada na figura, com $T = 0.5$ s e $F = 500$ N,



e)(15%) determinar uma estimativa representativa para o deslocamento do ponto **C** em regime permanente.

Para a força transiente representada na figura com $F_0 = 1000$ N, amortecimento e condições iniciais nulas,



f)(15%) escrever a expressão para o deslocamento do ponto **C** para $0 \le t \le 0.25$ s.

Para uma força $f(t) = 2000\cos(11.5t)$, amortecimento nulo e coeficiente de atrito estático entre o disco e a superfície plana igual a 0.4,

g)(10%) verificar se a condição de rolamento sem escorregamento se mantém.

1) (2.0 val) O sistema vibratório e a vibração mecânica...

a) (30%) **Definir** vibração mecânica e **explicá-la** do ponto de vista energético;

b) (35%) Para um movimento harmónico, **indicar** quais os parâmetros característicos e **caracterizar** as grandezas cinemáticas;

c) (35%) **Discutir** a natureza das raízes da equação característica e o correspondente tipo de movimento livre ou natural, **classificando** o sistema vibratório.

2) (2.0 val) Para um sistema vibratório amortecido com $0 < \xi < 1$,

a) (25%) **Caracterizar** a resposta $x(t)$ a uma perturbação inicial de deslocamento e/ou velocidade. **Referir** a dependência dos parâmetros característicos da resposta;

b) (25%) **Explicar**, sucintamente, um método de identificação do amortecimento **indicando** qual o seu princípio;

c) (25%) **Caracterizar** a resposta estacionária a uma excitação harmónica $f(t) = F\cos\omega t$ com $\omega >> \omega_n$ e **indicar, justificando,** qual a propriedade mecânica mais influente na resposta;

d) (25%) **Definir** factor de amplificação dinâmica. **Representar** graficamente o factor de amplificação dinâmica em função da frequência e do amortecimento, **indicando** claramente eventuais pontos (zonas) notáveis.

3) (2.0 val) A transmissibilidade é um indicador do sistema vibratório.

a) (25%) **Definir e representar** a transmissibilidade de força (TR) em função da frequência e do amortecimento, **indicando** eventuais pontos (zonas) notáveis;

b) (25%) **Definir e representar** a transmissibilidade relativa em função da frequência e do amortecimento, **indicando** eventuais pontos (zonas) notáveis. **Indicar** uma aplicação para a transmissibilidade relativa;

c) (25%) **Discutir e justificar** a eficiência do isolamento em termos da massa, da rigidez e do amortecimento do sistema;

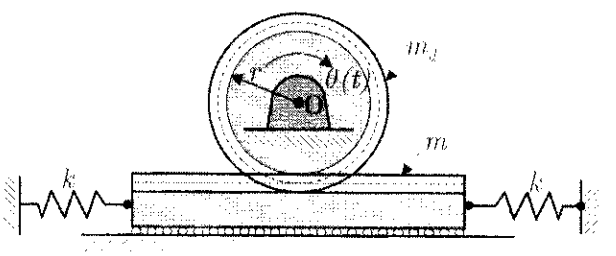
d) (25%) **Indicar** quais os elementos constituintes dos transdutores de vibração e **caracterizar, justificando**, a frequência natural dos transdutores de deslocamento e de aceleração perante a frequência da vibração a medir.

4) (2.0 val) A análise do comportamento vibratório de um sistema consiste na determinação das suas propriedades dinâmicas e/ou na determinação da resposta a determinado tipo de solicitação.

a) (35%) Com base na função de resposta impulsiva $h(t-\tau)$, **estabelecer, justificando,** a(s) expressão(s) genérica(s) da resposta para $\forall t > 0$ a uma excitação transiente arbitrária $f(t)$ com um tempo de actuação t_c;

b) (35%) **Definir** espectro de resposta transiente, **referir** o seu interesse e **indicar** uma razão pela qual é calculado com base no sistema não amortecido;

c) (30%) Aplicando o método da energia de Rayleigh, **estabelecer** uma expressão para a frequência natural de vibração do sistema representado na figura.



FEUP, 17.04.2013
José Dias Rodrigues